

ANALISIS DE POGO EN UN SISTEMA DE COMBUSTIBLE CON TURBOBOMBA

Grupo Fluidodinámica Computacional – GFC
Facultad de Ingeniería – Universidad Nacional de La Plata
116 s/n entre 47 y 48 - (1900) La Plata - Argentina.
Email: juandiego.lavirgen@ing.unlp.edu.ar

RESUMEN

El fenómeno de pogo es una inestabilidad dinámica en sistemas de cañerías que transportan líquidos, que depende del acoplamiento de frecuencias naturales del fluido y de la estructura. Además se ve afectado directamente por factores externos que generan oscilaciones en la presión del fluido. Las turbobombas producen perturbaciones de distintas frecuencias que podrían ser amplificadas de forma inestable y conducir al fenómeno de resonancia indeseado. Estas pueden modelarse numéricamente según parámetros de cavitación y flujo estacionario dentro y a través las mismas. El siguiente trabajo se orienta a lanzadores satelitales y presenta un análisis de las frecuencias naturales del flujo en sistema de propulsión alimentado con turbobomba con un modelo de discretización numérica.

Palabras clave: pogo, interacción fluido-estructura, lanzador, turbobomba

INTRODUCCIÓN

En un vehículo con combustible líquido, las bombas (u otro sistema) impulsan a los propelentes (combustible y oxidante) a través de líneas de alimentación de sus tanques de almacenamiento a la cámara de combustión del motor. Inevitablemente, los tanques, líneas de alimentación, y el motor vibran durante el despegue y el ascenso. Esta vibración hace que se genere una oscilación en el empuje. El empuje resultante genera perturbaciones que causan vibraciones de la estructura, lo que aumenta las oscilaciones del fluido, provocando una mayor vibración. Debido a la realimentación que existe entre la estructura y el sistema de propulsión, las oscilaciones aumentan de manera progresiva hasta alcanzar aceleraciones en los componentes que sobrepasan los valores admisibles y pueden llevarlos a su fallo. Esta inestabilidad dinámica que involucra el sistema de propulsión y su interacción con la estructura del vehículo, se denomina POGO. El fenómeno de pogo se manifiesta cuando la frecuencia natural del flujo de combustibles se acerca a la frecuencia natural del sistema estructural del piping y de la estructura general. Cuando esto sucede el lanzador sufre aceleraciones longitudinales mayores a las previstas y puede presentar fallas de tipo estructural o de propulsión [1,2].

El análisis de las frecuencias naturales del flujo se realiza mediante un modelo numérico que incluye la modelización de cada elemento del sistema según una ecuación de segundo orden. El modelo matemático se sistematiza en un programa de cómputo optimizado, que halla las frecuencias y modos de vibrar estructurales, fluidodinámicas y acopladas en el fenómeno de “pogo”. Para el análisis de acoplamiento se obtiene una matriz representativa de todos los grados de libertad del sistema, incluyendo presiones y desplazamientos del fluido en ambas líneas. Sus autovalores y autovectores generalizados, resueltos con un algoritmo QZ [3], brindan los modos del problema.

Los resultados del sistema varían cuando se incluye el modelo de turbobomba, para el cual es necesario determinar diferentes parámetros que estiman la cavitación y fluctuaciones de presión en la misma. La cavitación se refiere a la formación de burbujas de vapor en las regiones de baja presión en el campo de flujo de un líquido. La cavitación genera desgaste por erosión en la superficie de los álabes y puede causar vibraciones y una disminución de la performance de la turbomáquina.

Si bien es cierto que la cavitación introduce un conjunto especial de problemas de interacción fluido-estructura, también es cierto que hay muchos problemas de flujo inestable que puede surgir incluso en ausencia de cavitación. Una razón de que estos problemas pueden ser más críticos en una turbomáquina, en que la gran densidad del líquido implica fuerzas dinámicas mucho mayores.

En el Grupo Fluidodinámica Computacional GFC de la Facultad de Ingeniería de la UNLP, se vienen desarrollando en los últimos años modelos de pogo para vehículos espaciales y el diseño de sistemas de mitigación para este problema [4,5]. Este trabajo es continuación de esos desarrollos anteriores. Se considera la influencia de la turbobomba en las frecuencias y modos de oscilación como elemento pasivo caracterizado por sus características dinámicas, pero no como una perturbación activa.

METODOLOGÍA

La inestabilidad de pogo se analiza evaluando las frecuencias naturales del sistema fluido estructural acoplado. Para llevar a cabo dicha tarea se recurrió al método propuesto por Oppenheim y Rubin 1993 [6] implementado por Logarzo et al en [5]. El mismo consta de cinco pasos:

- 1) Obtención de los modos estructurales completos del lanzador;
- 2) Discretización del sistema de propulsión y su campo fluidodinámico;
- 3) Planteo del sistema de ecuaciones diferenciales dinámicas acopladas que contienen información de los dos primeros puntos;
- 4) Cálculo de los modos naturales del sistema fluido;
- 5) Análisis de acoplamientos de frecuencias naturales;

El análisis de los modos estructurales provee los desplazamientos de cada elemento del sistema además de la presión en la salida del tanque para cada modo natural de oscilación. Esta información luego es utilizada como una entrada en el armado de las ecuaciones diferenciales del sistema de propulsión. Los detalles de este cálculo pueden obtenerse en el trabajo de Logarzo [7].

El armado de las ecuaciones diferenciales se realiza representando el sistema de propulsión discretizado en elementos. Cada elemento (tanque, caño, bomba, cámara de combustión) es representado por un bloque con una entrada y una salida. De esta manera se puede discretizar todo el sistema y obtener sus modos naturales aislados. Las variables de estado de cada nodo son las perturbaciones de caudal y presión. De esta forma se puede obtener un sistema de ecuaciones discretizadas que representa el comportamiento dinámico del campo fluidodinámico. El mismo se sintetiza en tres términos matriciales M , B y K , que multiplican al vector de estado v , compuesto por las perturbaciones nodales de caudal y presión, y sus derivadas.

$$[M]\{\dot{v}\} + [B]\{v\} + [K]\{v\} = \{0\}$$

La interpretación de las matrices es

[M]: Inertancia: cumple la función de la masa en un sistema mecánico, y proporciona los términos inerciales en la dinámica del sistema.

[B]: Resistencia linealizada: se obtiene considerando las pérdidas de energía en el conducto debido a la fricción con las paredes.

[K]: Elasticidad: es un parámetro que depende de la velocidad de propagación de una onda de presión en el conducto. A medida que el conducto se considera menos rígido; este parámetro disminuye

Las tres matrices son cuadradas y singulares por tener algunas columnas y filas nulas. Para encontrar la solución al sistema se debe realizar el cambio de variables apropiado que lleve el sistema de segundo orden al orden lineal.

$$\{v\} = \{z\}$$

Las soluciones al sistema pertenecen al campo complejo y pueden tener parte imaginaria nula, en cuyo caso son no oscilatorias o parte imaginaria distinta de cero, lo cual corresponde a una solución oscilatoria. Si la parte real es mayor a cero la solución es inestable [8,9].

A fin de conocer las variaciones dinámicas que introduce un elemento turbobomba se desarrolló el modelo para dos sistemas de propulsión: uno provisto de la máquina rotante en cada línea y otro sin el aparato.

Sistema de propulsión con turbo bomba

Para analizar el sistema con turbobomba es necesario conocer los parámetros físicos que la caracterizan. El flujo oscilatorio que ocurre en el elemento está afectado por dos fenómenos, la producción de cavitación en el borde de ataque de los alabes y el flujo continuo en la descarga de la máquina. Las ecuaciones que la modelan son las siguientes:

$$\omega_j - \omega_i = C_b p_i + \alpha \omega_i' \quad (1)$$

$$p_i - p_j = I \omega_j'' + \rho H'' r'' - (m p_i - R_p \omega_j') \quad (2)$$

El primer fenómeno es responsable de las pequeñas fluctuaciones de presión y flujo, y es función de la velocidad de rotación de la máquina, de su geometría y de la capacidad del flujo de generar distintos grados de cavitación. Los efectos del flujo en la descarga son función de las propiedades inerciales y homogéneas del mismo, dichos parámetros ingresan al sistema a través de la segunda ecuación.

La diferencia física entre el flujo que atraviesa a la turbomáquina y el flujo que atraviesa cualquier otro conducto radica especialmente en el comportamiento compresible que sucede dentro de la máquina por los elevados gradientes de presión existentes. Dicha compresibilidad está íntimamente relacionada con la elasticidad característica del elemento. Es por esto que se hará hincapié en mayor medida sobre los fenómenos de cavitación que ocurren en el impulsor del rotor.

Este fenómeno se produce debido al descenso de presión en la zona de succión de los alabes, en donde el flujo logra cambiar su estado (de líquido a gaseoso) formando burbujas que cambian el volumen del fluido homogéneo presente en el canal. Dicha formación se da en forma de “paquetes” de vapor separados por líquido ocasionando las oscilaciones en la presión y el flujo general.

Como puede observarse en la ecuación (1) es necesario definir dos parámetros: los coeficientes C_b , conocidos como elasticidad de cavitación y α , que representa la ganancia del flujo másico según el ángulo de ataque. La elasticidad de cavitación infiere el cambio de volumen que se produce ante un cambio de presión en la entrada y está directamente relacionado con la formación de burbujas en el borde de ataque de los álabes en el impulsor.

Para conocer los valores correspondientes al coeficiente C_b es necesario realizar el estudio de cavitación dentro de la bomba. Según Brennen y Acosta [10] este parámetro está dado analíticamente por la relación entre la variación de volumen y la variación de presión:

$$C_b = -\rho \frac{\delta V}{\delta p_s}$$

Los autores realizaron un estudio analítico sobre este tema considerando la teoría de la cascada y flujo axial-simétrico que embiste al inductor de forma plana.

En el análisis, la formación de burbujas se realiza teniendo en cuenta los siguientes parámetros:

- El espesor del álabe, d
- El ángulo del borde de ataque del álabe con la tangente del perímetro del inductor, β
- El ángulo de ataque del flujo, α
- La velocidad del flujo aguas arriba, V_1
- La velocidad del flujo aguas abajo, V_2
- El número de cavitación, σ

- El número de revoluciones por minuto del rotor, RPM.

El número de cavitación es un coeficiente adimensional para el cual se produce el cambio de fase del fluido. Generalmente está definido como:

$$\sigma = \frac{p_s - p_c}{\frac{1}{2} \rho V^2}$$

Siendo p_c la presión de cavitación o presión de vapor del elemento y V una velocidad que en el caso del rotor está ligada al número de RPM de la máquina.

La teoría desarrollada busca definir la forma del perfil de cavitación y luego analizar el cambio de la misma según la variación de σ .

El modelo descrito en [10] consiste entonces en pasar al campo complejo siguiendo las coordenadas $z = x + iy$. Para linealizar las ecuaciones en el campo complejo se pasa del plano z al plano

$\zeta = \xi + i\eta$, a través de la transformación

$$2\pi \left(\frac{z}{h} \right) = e^{-i\beta} \ln \left(1 - \frac{\zeta}{\zeta_1} \right) + e^{i\beta} \ln \left(1 - \frac{\bar{\zeta}}{\bar{\zeta}_1} \right),$$

De este desarrollo se obtiene la siguiente expresión para el perfil de cavitación y_c :

$$\frac{y_c(\xi)}{h} = \frac{1}{\pi} \operatorname{Im} \left(e^{-i\beta} \left[\left\{ (1 + \sigma)^{1/2} - \frac{V_2}{V_1} \right\} \ln \left(\frac{1 - \{ \xi / (\xi - 1) \}^{1/2}}{1 + \{ \xi / (\xi - 1) \}^{1/2}} \right) + \right. \right. \\ \left. \left. \left(e^{-i\alpha} - (1 + \sigma)^{1/2} + i(d \cos \beta) / \xi_1 \right) \cdot \ln \left(\frac{\{ \xi_1 / (\xi_1 - 1) \}^{1/2} - \{ \xi / (\xi - 1) \}^{1/2}}{\{ \xi_1 / (\xi_1 - 1) \}^{1/2} + \{ \xi / (\xi - 1) \}^{1/2}} \right) \right] \right)$$

Como datos de entrada para el modelo, además de las variables de la bomba, se toman las propiedades de cada fluido, incluyendo módulo de compresibilidad, viscosidad, densidad, caudales máscos, presión de tanque, y la geometría de los conductos y la turbobomba.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Resultados sin turbobomba

El cálculo numérico realizado devuelve, de acuerdo al tipo de autovalores, las siguientes soluciones:

Tipo de solución	Cantidad de soluciones
Complejas amortiguadas	52
Reales amortiguadas	4
Complejas no amortiguadas	Ninguna
Reales no amortiguadas	Ninguna

Las soluciones complejas amortiguadas están dadas de a pares conformados por un numero complejo y su correspondiente conjugado, de modo que las soluciones a tener en cuenta conforman 26 modos amortiguados, con frecuencias comprendidas entre los 28 y 334 Hz.

Tabla 1. Modos de vibración del sistema sin turbobombas.

MODOS	Frecuencia (Hz)	amortiguamiento
modo 1	28,101	0,175
modo 2	40,281	0,083
modo 3	55,746	0,088
modo 4	79,981	0,042
modo 5	82,593	0,059
modo 6	108,244	0,045
modo 7	118,513	0,028
modo 8	132,328	0,037
modo 9	154,499	0,031
modo 10	155,317	0,022
modo 11	174,443	0,027
modo 12	189,855	0,018
modo 13	191,885	0,024
modo 14	206,600	0,022
modo 15	218,426	0,020
modo 16	221,625	0,015
modo 17	227,275	0,018
modo 18	233,136	0,017
modo 19	236,026	0,016
modo 20	250,163	0,013
modo 21	275,053	0,012
modo 22	295,932	0,011
modo 23	312,495	0,011
modo 24	324,501	0,010
modo 25	331,772	0,010
modo 26	334,196	0,010

Las formas modales de los primeros modos pueden verse en la Figura 1:

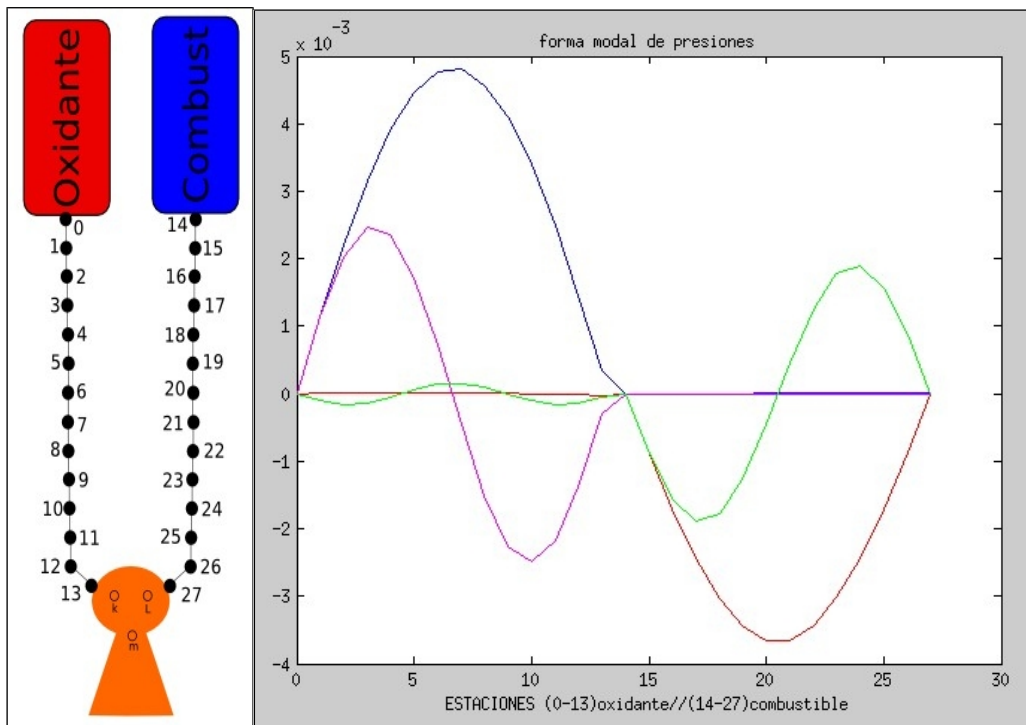


Figura 1. Formas modales de presiones en primeros 4 modos naturales sin turbobomba.

Los colores azul, rojo, magenta y verde pertenecen al primer, segundo, tercer y cuarto modo respectivamente.

Como puede observarse, cada modo natural genera oscilaciones marcadas en una línea en particular. La línea de combustible se ve mayormente perturbada por el modo 1 y el modo 3, y la línea de oxidante está afectada principalmente por los modos pares. La propagación de las ondas se desarrolla a lo largo de toda la línea de manera continua.

RESULTADOS CON TURBOBOMBA

Para verificar el método de cálculo de cavitación se graficaron varios perfiles variando el ángulo α .

Puede observarse en la Figura 2 que al aumentar el ángulo de ataque el volumen de burbuja es mayor. Para ángulos de ataque negativos, la burbuja comienza a formarse en la cara inferior. Físicamente la zona gaseosa finaliza cuando el perfil intersecta al alabe (gráficos verde y violeta).

Se realizó el mismo estudio fijando el ángulo de ataque α en 3° y el ángulo del álabe β en 5° respectivamente, y variando los números de cavitación σ . Los resultados (Figura 3) demuestran que, razonablemente, para mayores números σ , el volumen de gas formado es mayor.

La integración numérica de estos perfiles en la superficie de alabe arroja el volumen de burbuja de cavitación. Al adimensionalizar este parámetro con h^2 se obtiene el volumen adimensional de cavitación v^* y la variación de éste según el número de cavitación, indica el valor de la elasticidad de cavitación adimensional K^* .

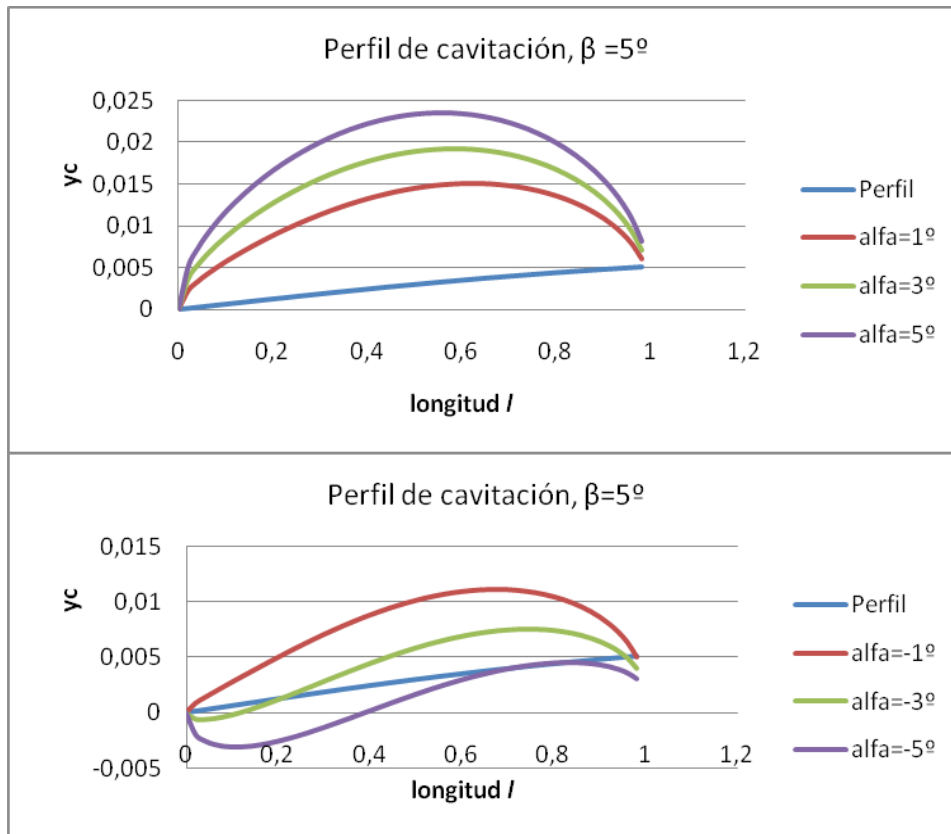


Figura 2. Perfiles de cavitación para $\beta = 5^\circ$ y distintos ángulos de ataque: Arriba, sobre extrados, con α positivo, abajo, sobre intradós, con α negativo.

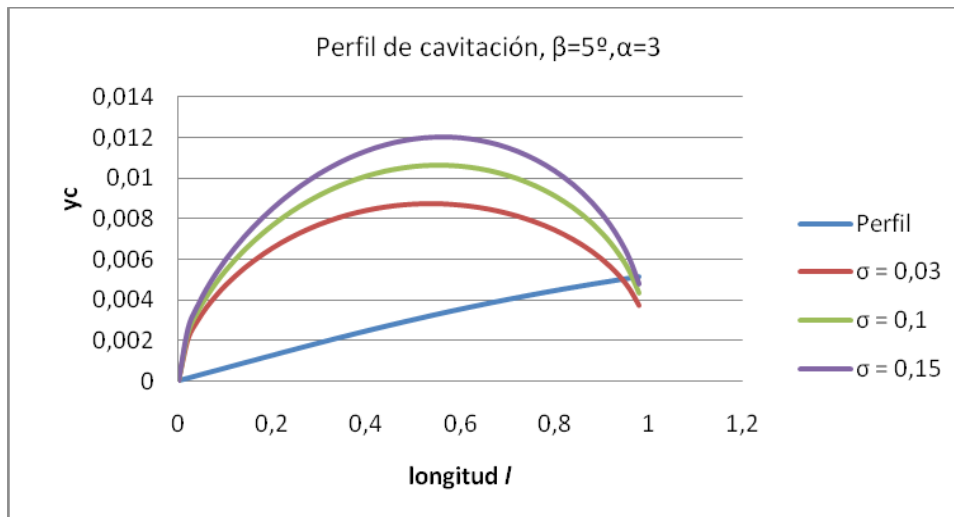


Figura 3. Perfiles de cavitación para distintos números de cavitación.

El cálculo formulado genera los valores de K^* para cada valor adimensionalizado del radio y presenta una distribución de áreas a lo largo del alabe.

La Error: No se encuentra la fuente de referencia4 presenta una distribución de áreas de burbujas de cavitación logradas. En la misma los valores de área están adimensionalizados con la altura de los álabes. Puede observarse que la mayor área que podría producirse se encuentra sobre el borde de ataque, lo cual valida el cálculo

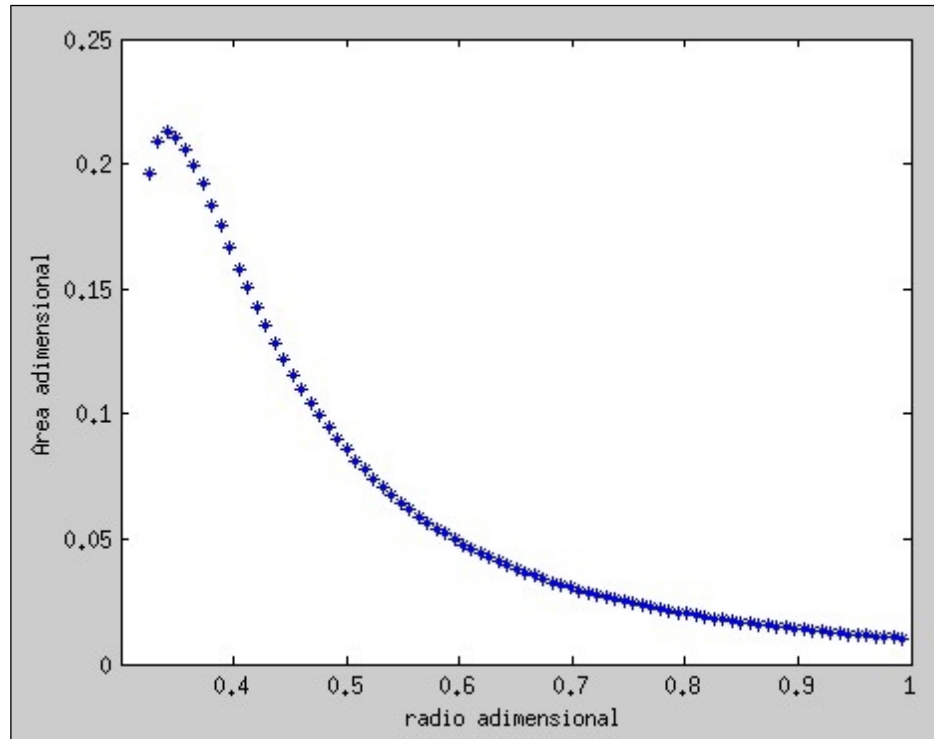


Figura 4. Variación de área de burbujas a lo largo del alabe

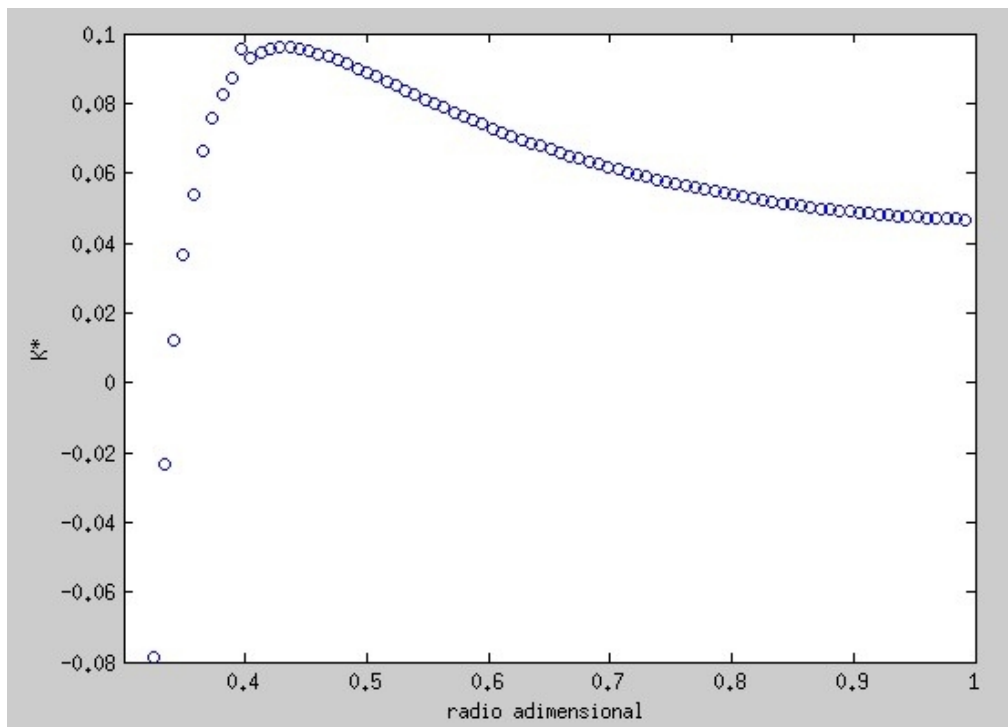


Figura 5. Variación de K^* a lo largo del alabe

En la Figura 5 se muestra la variación de K^* para el largo del alabe. La misma corresponde a un número de cavitación en el extremo de 0.33. Allí puede observarse que el mayor cambio de volumen de burbuja se produce pasado el borde de ataque, puesto que allí se da el mayor cambio de presión total. La relación entre r y número de cavitación se tomó como:

$$\sigma(r) = \frac{R_T^2}{r^2} * \sigma_T \quad \text{donde} \quad \sigma_T = \frac{p_{estatica} - p_{cav}}{0.5 * \rho * V_T^2}$$

Para inductores en los cuales las velocidades pueden considerarse proporcionales al radio, se puede calcular el número de cavitación suponiéndolo también variable con el radio.

Ambas hipótesis conllevan a que el número K^* varíe con el radio y con σ local. El estudio de Brennen y Acosta [10] define al parámetro C_b para estos casos de la siguiente manera:

$$C_b = 4\pi * H * \frac{R^2}{V_T^2} * \int_{\frac{R_h}{R}}^1 K^* \left(\sigma, \frac{r}{R} \right) d \left(\frac{r}{R} \right)$$

Donde H es la distancia entre alabes, R es el radio máximo del rotor, R_h es el radio mínimo (borde de ataque) del rotor y V_T es la velocidad tangencial del radio máximo del rotor.

Para el caso analizado, se integro numéricamente la función K^* a lo largo del álabe obteniéndose un C_b de 0.27 m^2 o un K_b de 3.61 1/m^2 .

La variación de producción de burbuja o áreas de cavitación según el ángulo de ataque del impulsor se obtuvo a partir del mismo cálculo haciendo variar el ángulo de ataque de 0 a 90 grados. Debido a la gran presión estática, el área de cavitación cambia menos de un 10% para todo el rango.

Finalmente los parámetros dinámicos de la bomba son los siguientes:

Parámetro	Rb[s/m ²]	M+1	I[s ² /m ²]	α [s]	Kb[1/m ²]
	0.15	2.17	21.18	4e-6	3.61

Se puede hacer una comparación con los valores de un elemento caño para conocer las diferencias entre los órdenes de magnitud. Si se comparan las características dinámicas pasivas de la influencia de la bomba en el fenómeno de pogo con las de un elemento de cañería, se concluye en la turbobomba la inercia es similar, pero la elasticidad y la resistencia son mucho menores.

Parametro	Rb[s/m ²]	M+1	I[s ² /m ²]	α [s]	Kb[1/m ²]
Turbobomba	0.15	2.17	21.18	4e-6	3.61
Caño	284	0	17	0	1.94e7

El resultado del cálculo numérico arroja las siguientes soluciones complejas

Tipo de solución	Cantidad de soluciones
Complejas amortiguadas	48
Reales Amortiguadas	8
Complejas no amortiguadas	Ninguna
Reales no amortiguadas	Ninguna

Tabla 2. Modos de vibración del sistema con turbobombas

MODOS	frecuencia s	amortiguamie ntos
modo 1	50,712	0,089
modo 2	61,190	0,040
modo 3	73,678	0,016
modo 4	86,503	0,025
modo 5	100,673	0,047
modo 6	118,206	0,021
modo 7	146,544	0,009

modo 8	146,950	0,032
modo 9	167,108	0,013
modo 10	167,167	0,015
modo 11	185,739	0,024
modo 12	204,735	0,012
modo 13	214,027	0,007
modo 14	214,140	0,017
modo 15	228,344	0,011
modo 16	230,934	0,011
modo 17	236,325	0,009
modo 18	236,373	0,009
modo 19	270,316	0,006
modo 20	289,437	0,007
modo 21	310,589	0,005
modo 22	322,820	0,007
modo 23	331,555	0,005
modo 24	334,194	0,006

La forma modal de las presiones del sistema de los primeros 4 modos se muestran en la Figura 6:

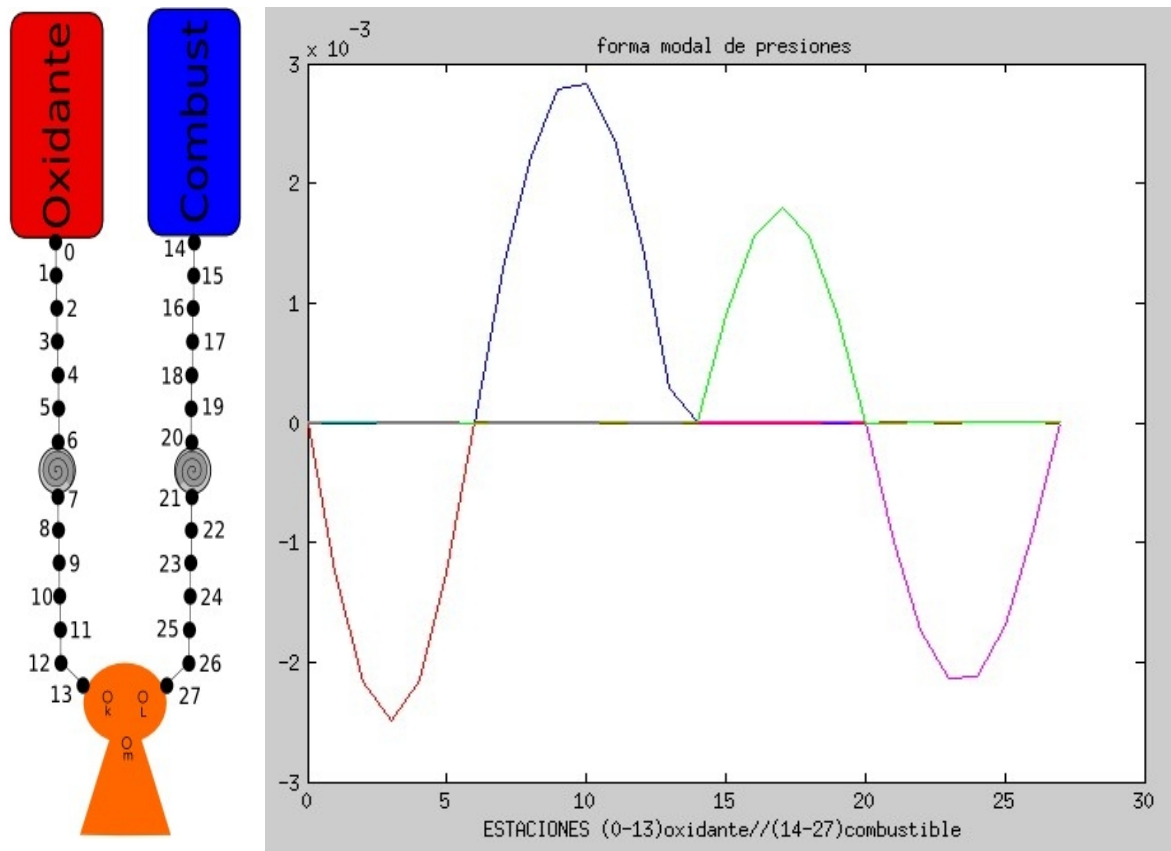


Figura 6. Formas modales de presiones en primeros 4 modos naturales con turbobomba.

El color azul, rojo, magenta y verde pertenecen al primer, segundo, tercer y cuarto modo respectivamente.

Se destaca en este caso que las ondas no se propagan libremente en toda la tubería de un fluido en particular. Esto es porque las propiedades dinámicas de la bomba dividen cada línea en dos sublíneas con sus frecuencias naturales. Es decir, que cortan o restringen parcialmente la libre propagación de las oscilaciones. La bomba del sistema de oxidante se encuentra en la estación 6 y la de combustible se ubica en la estación 20 lo cual separa el sistema de dos líneas de combustible en un sistema de 4 líneas particulares, dos aguas arriba de las bombas y dos aguas abajo. Esta también es la causa por la cual los primeros modos de vibrar son de mayor valor numérico en este sistema que en el sistema sin turbobomba. Dicho efecto se observa en la Figura 7, donde se comparan las frecuencias naturales de los dos sistemas.

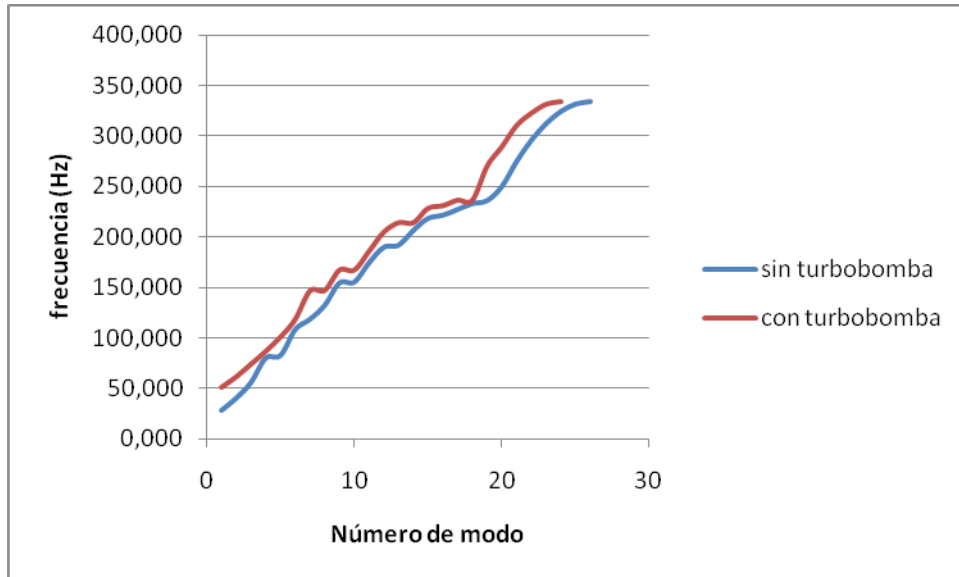


Figura 7. Frecuencias naturales del sistema de propulsión

La amortiguación también se ve modificada, en este caso la misma se reduce debido a los valores de resistencia de la bomba, como muestra la Figura 8.

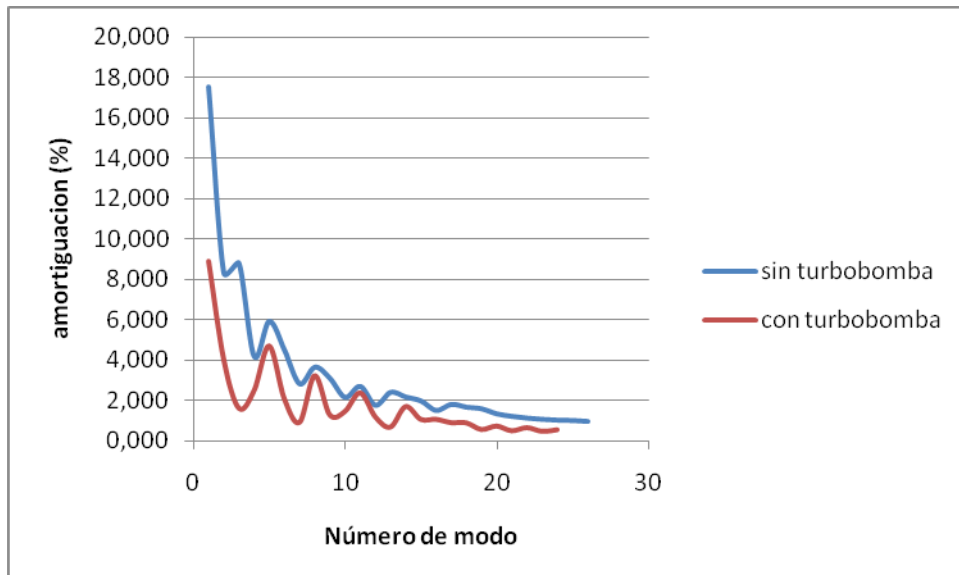


Figura 8. Amortiguación de cada modo natural del sistema de propulsión

CONCLUSIONES

Se extendió en este trabajo el modelo de cálculo de frecuencias y modos de pogo en sistemas de alimentación de propelentes en vehículos lanzadores, incorporando una turbobomba y calculando los parámetros dinámicos de inercia y elasticidad asociadas al flujo medio y la posible presencia de cavitación en la misma. Se considera la influencia de la turbobomba en las frecuencias y modos de oscilación como elemento pasivo caracterizado por sus características dinámicas, pero no como una perturbación activa, lo que será objeto de próximos desarrollos.

Para su modelización se ha tomado en cuenta especialmente la posible aparición de cavitación en los álabes y se han considerado las variaciones de los parámetros característicos en función de las variables geométricas y fluidodinámicas involucradas.

Los resultados con y sin el elemento turbobomba muestran que esta actúa como un elemento de gran inercia y baja elasticidad, de forma que los modos de vibración principales se manifiestan con amplitud importante en los segmentos antes y después de la bomba con relativa independencia, y frecuencia mayor. Los primeros modos presentes sin la turbobomba, de frecuencias más bajas, desaparecen al incluir este elemento (los autovalores correspondientes no son complejos, de modo que no hay una oscilación). Por otra parte, el amortiguamiento del sistema con turbobomba es menor que cuando este elemento no está presente. Una posible razón es que disminuyen la resistencia y elasticidad del sistema mecánico disminuir la inercia en forma proporcional.

El trabajo futuro abarca el análisis del sistema considerando las perturbaciones activas que produce la turbobomba en las frecuencias asociadas a su rotación, y la puesta a punto del modelo con la comparación con valores experimentales o cálculos realizados por mecánica de los fluidos computacional.

REFERENCIAS

1. Johnson R. B. NASA CR-103101. *Longitudinal Propulsion Coupling System*, 1971.
2. Rubin, S., Longitudinal Instability of Liquid Rockets Due to Propulsion Feedback (POGO). *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 3, N° 8, 1966, pp 1188-1195.
3. Burton S. Garbow. 1978. Algorithm 535: The QZ algorithm to solve the generalized eigenvalue problem for complex matrices [F2]. *ACM Trans. Math. Softw.* 4, 4 (December 1978), 404-410.
4. Logarzo, H., Scarabino A., “Análisis de Pogo en un cohete de combustible líquido”. Actas del 2do. *Congreso Argentino de Ingeniería Aeronáutica*, Córdoba, Argentina, 24-26 de noviembre de 2010
5. Logarzo H., Hollar Dalmau P., Scarabino A., “Diseño de un acumulador antipogo para un cohete de combustible líquido”, *Sexto Congreso Argentino de Tecnología Espacial*, Ciudad de La Punta, Provincia de San Luis, 18 al 20 de Mayo de 2011.
6. Oppenheim B. y Rubin, S., “Advanced Pogo Stability Analysis for Liquid Rockets”, *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 30, No. 3, 1993.
7. Logarzo, H., Estudio de Inestabilidades Longitudinales en vehículos lanzadores de combustible líquido (POGO). *Trabajo Final de carrera, Departamento de Aeronáutica, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de La Plata*, 2010.
8. Thomson, W.T., Teoría de Vibraciones: aplicaciones. Prentice Hall Hispanoamérica, S.A. 1981
9. Lang, G. F., Demystifying Complex Modes. *Journal of Sound and Vibration*. Vol. 23, N°1, 1989, pp. 36-40.
10. Brennen, C. and Acosta, a. J. (1973), “Theoretical, quasi-static analysis of cavitation compliance in turbopumps”. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 10 (3). pp. 175-180, 1973.